

17.05.2018

Работа рассчитана на 180 минут

В заданиях №№1 – 3 школа выбирает одно из двух заданий А или Б (в зависимости от используемой ими программы и учебника).

**I вариант
Алгебра**

1А. Решите уравнение: $\frac{\cos^2 x + \sin^2 0,5x - 1}{ctgx} = 0$.

или

1Б. Решите уравнение: $(2x + 3)(2 - 3x)\sqrt{x^2 - 1} + x = 6 - 6x^2 - 5x$.

2А. Решите неравенство: $\frac{36x}{6x+7} - \frac{6x+7}{x} \geq \left| \frac{36x}{6x+7} - \frac{6x+7}{x} \right|$.

или

2Б. Решите неравенство: $\left| \log_2 x - \log_x 2 - \frac{8}{3} \right| > \log_2 x - \log_x 2 - \frac{8}{3}$.

3А Дана последовательность $a_n = n$.

а) Первые 102 ее члена записали в другом порядке: сначала числа, кратные двум, в порядке возрастания, затем числа, кратные трем (также в порядке возрастания), и так далее, на последнем месте – число 1. Существует ли число, которое сохранило свой номер?

б) Каждый из членов исходной последовательности со второго по 203-й возвели в квадрат. На сколько сумма нечетных квадратов больше, чем сумма четных?

или

3Б Дан многочлен $Q(x) = x^4 - ax^2 + bx + 12$.

а) Существуют ли такие значения a и b , при которых $Q(x)$ является квадратом какого-либо многочлена с целыми коэффициентами?

б) При каких значениях a и b многочлен $Q(x)$ без остатка делится на $x^2 - 2x - 3$?

4. а) Исследуйте функцию $f(x) = \frac{1}{2} - x + \frac{3x}{3 - x^2}$ и постройте ее график.

б) Укажите количество корней уравнения $f(x) = a$ в зависимости от значений a .

Геометрия

5. Диагональ BD длины 8 является биссектрисой угла трапеции $ABCD$. Найдите боковые стороны и площадь трапеции, если ее основания: $AD = 5$, $BC = 4$.

6. Основанием пирамиды $PABCD$ является ромб $ABCD$ с меньшей диагональю AC . Ребро PD перпендикулярно плоскости основания.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, параллельной AC и проходящей через вершину D и середину M ребра PB .

б) Найдите расстояние между прямыми CD и PB , если $BC = 5\sqrt{2}$, $PD = 12$, $\angle ABC = 45^\circ$.

17.05.2018

Работа рассчитана на 180 минут

В заданиях №№1 – 3 школа выбирает одно из двух заданий А или Б (в зависимости от используемой ими программы и учебника).

**II вариант
Алгебра**

1А. Решите уравнение: $\frac{\cos^2 x + \cos^2 2x - 1}{\operatorname{ctg} 2x} = 0$.

или

1Б. Решите уравнение: $(3 - 4x)(2x + 5)\sqrt{2x - 2 + x^2} = 15 - 14x - 8x^2$.

2А. Решите неравенство: $\left| \frac{16x}{4x+5} - \frac{4x+5}{x} \right| \leq \frac{16x}{4x+5} - \frac{4x+5}{x}$.

или

2Б. Решите неравенство: $\log_3 x - \frac{5}{2} + \log_x 3 < \left| \log_3 x - \frac{5}{2} + \log_x 3 \right|$.

3А Дана последовательность $b_n = n$.

а) Первые 108 ее членов записали в другом порядке: сначала числа, кратные двум, в порядке возрастания, затем числа, кратные трем (также в порядке возрастания), и так далее, на последнем месте – число 1. Существует ли число, которое сохранило свой номер?

б) Каждый из членов исходной последовательности с третьего по 198-й возвели в квадрат. На сколько сумма четных квадратов больше, чем сумма нечетных?

или

3Б Дан многочлен $P(x) = x^4 + ax^2 - bx + 18$.

а) Существуют ли такие значения a и b , при которых $P(x)$ является квадратом какого-либо многочлена с целыми коэффициентами?

б) При каких значениях a и b многочлен $P(x)$ без остатка делится на $x^2 + 2x - 3$?

4. а) Исследуйте функцию $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$ и постройте ее график.

б) Укажите количество корней уравнения $f(x) = a$ в зависимости от значений a .

Геометрия

5. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$): $BC = 8$, $CD = 10$, $AC = 16$. Найдите остальные стороны и площадь трапеции, если AC – биссектриса ее угла.

6. Основанием пирамиды $PABCD$ является ромб $ABCD$ с большей диагональю AC . Ребро PB перпендикулярно плоскости основания.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, параллельной AC и проходящей через вершину B и середину M ребра PD .

б) Найдите расстояние между прямыми BC и PD , если $CD = 12$, $PB = 8$, $\angle ABC = 150^\circ$.