

Задача 8.1. (2 балла) Некто приезжает в город с новостью и сообщает её двоим. Каждый из вновь узнавших новость через 5 минут сообщает её ещё двоим (которые её не знают) и т. д. (пока все в городе её не узнают). Через сколько минут (от начала) новость узнает весь город, если в нём 1000 жителей?

Задача 8.2. а) (1 балл) Можно ли в проволочном каркасе куба перекусить 5 рёбер так, чтобы каркас не развалился на части? б) (3 балла) А 6 рёбер? (Ребро разрешается перекусывать в его середине.)

Задача 8.3. (2 балла) В ларьке продаются клубничные, ванильные и шоколадные пломбиры. Максим купил там пять пломбиров и спрятал, а Даня хочет узнать, какие, и спрашивает:

— Сколько ты купил клубничных пломбиров?

— Три.

— А сколько пломбиров ты купил?

— Тоже три.

— Тогда я знаю, какие у тебя пломбиры!

Придумайте слово, которое могло быть на месте многоточия.

Задача 8.4. (4 балла) Какое наибольшее число брусков размером $1 \times 2 \times 2$ можно уместить внутри кубической коробки $3 \times 3 \times 3$?



Задача 8.5. (4 балла) Торговец принёс на рынок мешок орехов. Первый покупатель купил 1 орех, второй — 2 ореха, третий — 4, и так далее: каждый следующий покупатель покупал вдвое больше орехов, чем предыдущий. Орехи, купленные последним, весили 50 кг, после чего у торговца остался один орех. Сколько килограммов орехов было у торговца вначале? (Все орехи одинаковые.)

Задача 8.6. У каждого из 12 ребят появилась новость. За один телефонный разговор двое обмениваются известными им новостями. Помогите всем узнать все новости а) (3 балла) за 21 разговор;

б) (5 баллов) за 20 разговоров.

Задача 8.7. На плоскости отметили 17 точек и соединили каждые две из них цветным отрезком: красным, желтым или зелёным. Докажите, что а) (2 балла) из каждой отмеченной точки выходит не меньше 6 одноцветных отрезков; б) (5 баллов) найдутся три точки в вершинах одноцветного треугольника.

Дополнительные задачи

Задача 8.8. (4 балла) На какое наименьшее число частей надо разделить проволоку длиной 12 см, чтобы из них можно было сделать каркас куба со стороной 1 см? Части можно изгибать и скреплять друг с другом.

Задача 8.9. (4 балла) Некоторое число кончается на двойку. Если эту двойку перенести в начало числа, то оно удвоится. Приведите пример такого числа.

Задача 8.10. (5 баллов) В стране несколько замков, из каждого выходит три дороги. Странствующий рыцарь выехал из своего замка. Приехав в очередной замок, он выезжает из него то по левой, то по правой дороге (строго чередуя повороты). Докажите, что рыцарь обязательно вернётся в свой замок.

Задача 8.11. (5 баллов) На доске 8×8 стоят 8 не бьющих друг друга ладей. Все клетки доски распределяются во владения этих ладей по следующему правилу. Клетка, на которой стоит ладья, отдается этой ладье. Клетку, которую бьют две ладьи, получает та из ладей, которая ближе к этой клетке; если же эти две ладьи равноудалены от клетки, то каждая из них получает по полклетки. Докажите, что площади владений всех ладей одинаковы.