

Задача 7.1. (2 балла) Что больше: $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024$ или 2048? На сколько?

Задача 7.2. (2 балла) Разделите квадрат 6×6 на трёхклеточные уголки так, чтобы никакие два уголка не образовывали прямоугольник 2×3 .

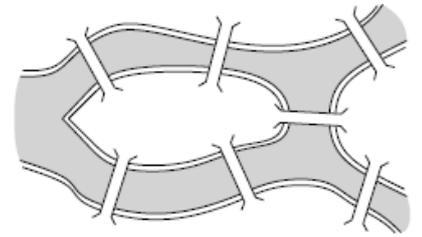
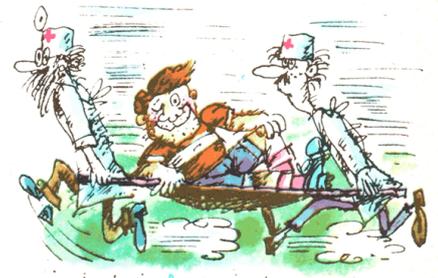
Задача 7.3. (2 балла) В стране 9 городов с названиями 1, 2, ..., 9. Если число, составленное из названий двух городов, делится на 3, то эти города соединены авиалинией, иначе не соединены. Можно ли долететь из 1 в 9?

Задача 7.4. (3 балла) Средний возраст одиннадцати игроков футбольной команды равен 22 годам. Во время матча один игрок получил травму и ушёл с поля. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал равен 21 году. Сколько лет футболисту, получившему травму?

Задача 7.5. Город Кёнигсберг располагался на берегах реки Прегель и двух островах, соединённых семью мостами (см. рис.).

а) (2 балла) Можно ли было прогуляться по городу, начав и закончив на центральном острове и пройдя по каждому мосту ровно один раз?

б) (3 балла) А если начинать и заканчивать можно где угодно (не обязательно в одном и том же месте)?



Задача 7.6. (3 балла) В стране 15 городов, каждый соединён дорогами не менее, чем с 7 другими. Докажите, что если A и B не соединены дорогой напрямую, то из A в B можно проехать через промежуточный город.

Задача 7.7. (4 балла) Над цепью озёр летела стая серых гусей. На каждом озере садилась половина гусей и ещё полгуся, а остальные летели дальше. Все гуси сели на семи озёрах. Сколько гусей было в стае?

Задача 7.8. (5 баллов) В стране любые 2 города соединены или железной дорогой, или авиалинией. Докажите, что одним из этих видов транспорта можно добраться из любого города в любой (возможно, с пересадками).

Дополнительные задачи

Задача 7.9. (2 балла) Аквариум 3×3 разделён стенками на аквариумы 1×1 , в каждом живёт пирания. В каждой стенке есть дверь, сначала они заперты. Когда дверь, разделяющая двух пираний, открывается, одна съедает другую. В конце осталась одна пирания. Какое наименьшее количество дверей могло быть открыто?

Задача 7.10. (5 баллов) Двое играют в «змейку» на доске 10×10 . В углу стоит фишка. За ход можно передвинуть её на соседнюю по стороне клетку, если фишка до этого там не была. Проигрывает тот, кому некуда ходить. Кто может обеспечить себе победу?

Задача 7.11. (5 баллов) За круглым столом сидят 2017 представителей четырёх племён: люди, гномы, эльфы и гоблины. Известно, что люди никогда не сидят рядом с гоблинами, а эльфы — рядом с гномами. Докажите, что какие-то два представителя одного и того же племени сидят рядом.